

Matematika

7-8.

Az alapfokú képzés első – a matematikai alapkészségek kialakítását legfőbb célként megjelölő – nevelési-oktatási szakaszát követően az 5–8. évfolyamon a matematika tanulása-tanítása során a tudástartalmak fokozatosan válnak egyre elvontabbá. A konkrét tárgyi tevékenységekből indulva a képi szemléltetések, ábrázolások mellett megjelennek a szimbolikus modellek. A tanuló a fogalmak, jelenségek elemzése útján eljut azok megértésen alapuló meghatározásához, a definíciók előkészítése során tulajdonságokat, sejtéseket fogalmaz meg, s kialakul a megoldást alátámasztó indoklás igénye, valamint felismeri a matematika kisebb egységeinek belső struktúráját.

A tanítás fő módszere továbbra is a felfedeztetés, a konkrét tevékenységből, játékból, hétköznapi szituációból fakadó indukció. A tanulási tevékenység és problémamegoldás során a tanulót ösztönözni kell egyszerű problémák felfedezésére, megfogalmazására és a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezésére. A tanuló konkrét helyzetek megoldására képi és szimbolikus modelleket, stratégiákat alkalmaz és alkot, ezáltal fejlődik problémamegoldó és problémaalkotó képessége.

A kombinatív képességek területén a lehetőségek strukturált felsorolásából fokozatosan kialakulnak a rendszerezést segítő konkrét eszközök, stratégiák alkalmazásának készségei.

Felső tagozaton az ismert számok köre bővül a törtekkel és a negatív számokkal úgy, hogy a tanuló ezekkel műveleteket tud végezni. A tanulás-tanítás egyik lényeges elvárása, hogy a különböző, szöveggel, számokkal megadott matematikai szituációk képi, majd szimbolikus modelljeinek bevezetése fokozatos legyen. A tanuló a megismert szimbólumokkal egyszerű műveleteket végez, ismeri ezek tulajdonságait.

Az 5–8. évfolyamon a természettudományi, a digitális technológiai és a gazdasági ismeretek tanulási-tanítási tartalmakban való megjelenése lehetővé teszi a matematika alkalmazhatóságának, hasznosságának bemutatását.

Fejlődnek a tanuló készségei a matematikai kommunikáció terén. A matematikai kifejezéseket helyesen használja, a fogalmakat értelmezi, megmagyarázza, gyakorlati helyzetekben jól alkalmazza. Ismereteit összefoglalva prezentálni tudja.

A tanuló a közös munkában tevékenyen részt vesz. Eseti feladatokban és projekteknél mások véleményét elfogadja, és ha különbözik a véleményük, igyekszik érvekkel meggyőzni társait. Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú haladást annak a tanulónak, akinél ezek a lépések hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését és reményét a matematika megértése iránt.

A matematikai fejlesztő játékok és a számítógép, illetve más IKT-eszközök biztonságos alkalmazása mellett a tanuló megismerkedik olyan matematikai szoftverekkel, amelyek a matematikai tudást és a digitális kompetenciákat együtt fejlesztik.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ellenőrzés és az értékelés csak a tanult ismeretek alkalmazására terjed ki.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

A 7–8. évfolyamon nagyobb hangsúlyt kap az elvonatkoztatás és az absztrakció képességének fejlesztése, miközben továbbra is megmarad a szemléltetés és az eszközök használata. Elvárható a tapasztalatok általános megfogalmazása, a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezése, a megsejtett összefüggések indoklásának igénye és a tanult matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések helyes használata. Fejlődik a vitatkozás és az érvelés kultúrája az osztálytársakkal és a szaktanárral.

A 7–8. évfolyamon továbbra is tematikus elrendezésben követik egymást az egyes fejezetek: **Halmazok, számhalmazok; Matematikai logika, kombinatorika, gráfok; Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök; Arányosság, százalékszámítás; Szöveges feladatok előkészítése; Szöveges feladatok; A függvény fogalmának előkészítése; Síkbeli alakzatok; Transzformációk, szerkesztések; Térgometria; Leíró statisztika; Valószínűség-számítás.** Az egyes területek ismeretanyaga jelen van más témakörökben is, folyamatosan gazdagítva a szakmai eszköztárat. A szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása tervek, vázlatok alapján, általánosabb eljárási módokat, gyakran algoritmusokat alkalmazva történik.

Az ismeretek bővülésével lehetővé válik a más tantárgyakhoz való kapcsolódás, a kitekintés lehetősége, a témák rendszerezése, több területen való megjelenése. A nevelési-oktatási szakasz során egyre komplexebbé válik a szemléletmód.

A szemléltetést, a megértést, az órai vagy házi feladatok megoldását és a gondolatmenet bemutatását a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

7. évfolyam

A 7. évfolyamon a matematika tantárgy alapóraszám: 126 óra. Az egyes témakörökhöz írt óraszámok javaslatok. Az új ismeretek a teljes óraszám négyötöd része alatt a legtöbb diák számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók ismétlésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre.

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok, számhalmazok	6
Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	9
Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök	12
Arányosság, százalékszámítás	14
Szöveges feladatok előkészítése	8
Szöveges feladatok	12
A függvény fogalmának előkészítése	10
Síkbeli alakzatok	15
Transzformációk, szerkesztések	14
Térgometria	14
Leíró statisztika	6
Valószínűség-számítás	6
Összes óraszám:	126

Témakör: Halmazok, számhalmazok

Javasolt óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények	Fejlesztési feladatok és ismeretek	Javasolt tevékenységek
A témakör tanulása eredményeként a tanuló: – elemeket halmazba rendez több szempont alapján; – részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol; – számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol; – véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben; – ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.	– Halmazokba rendezés több szempont szerint – Halmazábra készítése – Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegyenesen – Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben – Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben – Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése – Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre	– Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint – Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése – Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz előállítása Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra, például $A = \{\text{paralelogrammák}\}$ halmaz részhalmaza $B = \{\text{rombuszok}\}$, nem részhalmaza $C = \{\text{deltoidok}\}$ – Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint, például az osztály tanulói közül az iskolától legfeljebb 1 km-re élők és a távolabb lakók Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a mindegyik tulajdonsággal rendelkező elemek, a pontosan egy tulajdonsággal, a pontosan két tulajdonsággal és az egyetlen tulajdonsággal sem rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán

		– A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása – Logikai szita megtapasztalása, például 5 piros meg 4 kör összesen 7 elem a logikai készletből – Csoportmunkában különböző közönséges törték átírása úgy, hogy minden lehetséges tizedes tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése Játék makaó-jellegű kártyajátékkal: törték különböző alakjainak keresése
Fogalmak	természetes szám, egész szám, racionális szám; véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört	

Témakör: Matematikai logika, kombinatorika, gráfok
Javasolt óraszám: 9 óra

Tanulási eredmények	Fejlesztési feladatok és ismeretek	Javasolt tevékenységek
– igaz és hamis állításokat fogalmaz meg; – tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít; – a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére; – összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az	– Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása – A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata – Egyszerű stratégiai és logikai játékok – Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is – Konkrét helyzethez kötött kiválasztási	– „Bíróági tárgyalás” játék – „Einstein-fejtörő” típusú játék – „Rontó” játék – NIM játék; táblás játékok – Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett

összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket; konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével	problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül – Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás	– Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is) – Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása – Lehetséges útvonalak összeszámlálása – Fagylalt vásárlása helyre vagy tölcsérbe – Számkártyás feladatok megoldása – Gráfok alkalmazása kézfogások, köszöntések, körmérkőzések (visszavágóval vagy anélkül), családfák, ismeretségek szemléltetésére, különböző feltételek szerinti esetszétválasztás áttekintésére – Logikai készlet épülésének szemléltetése gráffal
Fogalmak	„minden”, „van olyan”	

Témakör: Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök

Javasolt óraszám:12 óra

Tanulási eredmények	Fejlesztési feladatok és ismeretek	Javasolt tevékenységek
A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére: A témakör tanulása eredményeként a tanuló: – ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett	– Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül – Összetett számok prímtényező felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben – Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös	– Eratoszthenészi szita alkalmazása prímek keresésére – Prímtényező felbontás kirakása színes rudakkal – Prímtényező felbontás algoritmusának megmutatása – „Bumm” játék a közös többszörösök felismerésére

számok prímtényező felbontását 1000-es számkörben; – meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét; – pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja;	meghatározása és alkalmazása – Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényező felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása – Négyzetszámok négyzetgyökének kiszámolása	– Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása prímtényezőkkal – Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére – Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására – Négyzet kirakása kisebb egybevágó négyzetekkel – Négyzet területéből a négyzet oldalának meghatározása, ha a terület mérőszáma négyzetszám
Fogalmak	prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték,	

Témakör: Arányosság, százalékszámítás

Javasolt óraszám: 14 óra

Tanulási eredmények	Fejlesztési feladatok és ismeretek	Javasolt tevékenységek
A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére: – ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén; – felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben; – felismeri és megalkotja az egyenes	– Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben – Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása – Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom – Banki ajánlatok (ügyfélcsomagok, számlavezetési,	– Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén – A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával – Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél

arányosság grafikonját. A témakör tanulása eredményeként a tanuló: – ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold; – idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.	megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása – Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása – A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése – Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása	sebesség–menetidő) esetén – Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása – Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott példák, problémák feldolgozása és bemutatása csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése – Projektmunka, például összejövétel, jótekonysági süteményvásár, osztálykirándulás költségvetésének tervezése – Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges – A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után – Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üreges
---	---	---

		kocka feltöltése 1 liter folyadékkal
Fogalmak	fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei	

Témakör: Szöveges feladatok előkészítése

Javasolt óraszám: 8 óra

Tanulási eredmények	Fejlesztési feladatok és ismeretek	Javasolt tevékenységek
A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére: – különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít. A témakör tanulása eredményeként a tanuló: – egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol; – egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel; – egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold.	– Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére – Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása – Helyettesítési érték számolása – Egytagú kifejezések számmal való szorzása – Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása – Két tagból közös számtényező kiemelése – Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással – Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvvel	– Adott problémához többféle, ismeretlent tartalmazó műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása – Adott problémához megfelelő, betűt tartalmazó műveletsor megalkotása – Adott, ismeretlent tartalmazó műveletsorhoz szöveges feladat írása – „Dominó”, „triminó” játékkal az eredeti kifejezés és az átalakított kifejezés párba állítása – „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal. A tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot. A tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét. A fejben alkalmazott lebontogatási stratégia felfedése és formális leírása

		– Mérlegelv bevezetése kétkarú mérleg alkalmazásával
Fogalmak	változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv	

Témakör: Szöveges feladatok
Javasolt óraszám: 12 óra

Tanulási eredmények	Fejlesztési feladatok és ismeretek	Javasolt tevékenységek
A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére: – különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít. A témakör tanulása eredményeként a tanuló: – matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold; – gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold; – gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.	– Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása) – Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel – Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel – Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása – Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése	– Szöveges feladatok megoldása csoportmunkában „feladatküldéssel”, „szakértői mozaik” alkalmazásával – Gyűjtőmunka, csoportmunka, projekt készítése pénzügyi tudatosság területét érintő témák feldolgozására, például a háztartások bevételei és kiadásai: munkabér, bruttó bér, nettó bér, adó, kamat, társadalmi jövedelem (családi pótlék, nyugdíj), ösztöndíj, hitel; A költségvetés tervezése: háztartási napló, pénzügyi tervezés, egyensúly, többlet, hiány; Egy tizenéves pénztárcája: zsebpénz, diákmunka, alkalmi jövedelmek, kimutatás a pénzmozgásokról, saját pénzügyi célok, tervek; korszerű pénzkezelés: bankszámla,

		bankkártyaválasztás, megtakarítások
Fogalmak	ellenőrzés	

Témakör: A függvény fogalmának előkészítése

Javasolt óraszám: 10 óra

Tanulási eredmények	Fejlesztési feladatok és ismeretek	Javasolt tevékenységek
A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére: – felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben; – felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját. A témakör tanulása eredményeként a tanuló: – konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre; – értéktáblázatok adatait grafikusán ábrázolja; – egyszerű grafikonokat jellemez.	– Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása – Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés-csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont – Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása – Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása – Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben – Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása	– A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése – Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal – A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése – Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése) csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése – Az egyenes és fordított arányosság mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása – Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása
Fogalmak	megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon	

Témakör: Síkbeli alakzatok

Javasolt óraszám: 15 óra

Tanulási eredmények	Fejlesztési feladatok és ismeretek	Javasolt tevékenységek
A témakör tanulása eredményeként a tanuló: - ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma; - ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet; - ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat; - a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában; - meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét; - ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.	- Háromszögek külső szögeinek összege - Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma - A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra - Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások - Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete	- Párhuzamos szélű papírcsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni, hogy téglalapot kapjunk; téglalapból négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása - Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése - Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása „Rontó” játék speciális négyszögekkel - Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása - Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása - Matematikatörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása

		– Derékszög kijelölése csomós kötéllel – Pitagoraszí számhármassok keresése – Háromszögelési probléma megoldása derékszögű háromszöggel az osztályteremben, az iskola épületében és a játszótéren – „Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén, átmérő mentén, sugár mentén
Fogalmak	négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk	

Témakör: Transzformációk, szerkesztések

Javasolt óraszám: 14 óra

Tanulási eredmények	Fejlesztési feladatok és ismeretek	Javasolt tevékenységek
A témakör tanulása eredményeként a tanuló: – megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükrképét; – geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát; – ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.	– Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása – Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben – Alakzatok középpontos tükrképének megszerkesztése – Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése – Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió – Dinamikus geometriai szoftver használata	– Ábrák másolása másolópapír (például sütőpapír) segítségével; a másolat síkban való pont körüli elfordítása 180°-kal; tulajdonságok megfigyelése – Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület középpontosan szimmetrikus alakzatainak kiválasztása – Középpontos tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)

		– Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése – Kicsinyítés és nagyítás megfigyelése, például háromszögvonalzó külső és belső pereme, makett, modell, tervrajz, fénykép, diavetítés, térkép, mikroszkóp, nagyító Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel
Fogalmak	szimmetria-középpont, középpontos szimmetria, kicsinyítés, nagyítás	

Témakör: Térgeometria
Javasolt óraszám: 14 óra

Tanulási eredmények	Fejlesztési feladatok és ismeretek	Javasolt tevékenységek
A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére: – ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén. A témakör tanulása eredményeként a tanuló: – a kocka, a téglatest, a hasáb hálóját elkészíti; – testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján; – ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma,	– Környezetünk tárgyaiban a hasáb alakú testek felfedezése – Hasáb tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló – Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján – Testek hálójának készítése – Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása	– Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása) – Hasáb és gúla alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése – Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése,

egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló; – egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti; a kocka, a téglatest, a hasáb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában	méréssel és számolással	kiállítása az osztályteremben – Zsinóros térgeometriai modellek készítése és használata – A gömb speciális tulajdonságainak megfigyeléséhez testeket tartalmazó készletből elemek választása megadott szempontok alapján – Földgömb bemutatása matematikai szempontból Tapasztalatszerzés a gömbi geometria alapjairól például narancson – Egyenes hasáb alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása – Egyenes hasáb alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)
Fogalmak	hasáb, alaplapp, alapél, oldallapp, oldalél, testmagasság	

Témakör: Leíró statisztika

Javasolt óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények	Fejlesztési feladatok és ismeretek	Javasolt tevékenységek
A témakör tanulása eredményeként a tanuló: – értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti; – adatokat táblázatba rendez, diagramon	– Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése – Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon – Különböző típusú diagramok	– Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában – Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról,

ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is; – különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak; – megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg; – konkrét adatsor esetén átlagot számol	megfeleltetése egymásnak – Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint – Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása	sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása) – Konkrét adathalmazok középérték-mutatóinak megállapítása és összehasonlítása csoportmunkában
Fogalmak	oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram	

Témakör: Valószínűség-számítás

Javasolt óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények	Fejlesztési feladatok és ismeretek	Javasolt tevékenységek
A témakör tanulása eredményeként a tanuló: – valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is; – valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ; – ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges”	– Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is – Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése – Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál – A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és	– Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmékkal, szerencsekerékkel, Galton-deszkával, zsákba helyezett színes golyókkal – Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a tanulók a játék elején tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán levő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a

kijelentések megfogalmazásánál.	alkalmazása kísérletezés során	a – kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok – Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket írunk a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljünk az események gyakoriságára – Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegénél álló korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja – Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket – 21-ezés különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal – „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például nagyobb eséllyel lehetséges számozott
--	---------------------------------------	---

		dodekaéder dobótesttel prímszámot dobni, mint összetett számot), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít „Szavazós” játék páros vagy csoportmunkában: valószínűségi játék vagy kísérlet előtt a tanulók összegyűjtik a lehetséges kimeneteleket, majd egyesével tippelnek a bekövetkezési esélyekről
Fogalmak	esély, gyakoriság, relatív gyakoriság	

A továbbhaladás feltételei

Ismerje a gondolatok (állítások, feltételezések, választások, stb.) világos, érthető szóbeli és írásbeli közlését.

Fejlődjön a szövegértelmező és szövegalkotó képesség.

Tudja a gyakorlati életből vett egyszerű példákban a kapcsolatokat felismerni, lejegyezni, ábrázolni.

Tudjon adatokat gyűjteni környezetünkből.

Tudja eldönteni egyszerű állítások igazságát.

Tudjon alapműveleteket helyesen elvégezni kis abszolút értékű egészek, törtek, tizedes törtek körében egyszerű esetekben.

Tudjon egyenes és fordított arányosságot felismerni és alkalmazni egyszerű konkrét feladatokban.

Tudjon elvégezni egyszerű százalékszámítási feladatokat.

Tudjon osztót, többszöröst, két szám közös osztóit, néhány közös többszörösét megkeresni.

Tudjon egyszerű elsőfokú egy ismeretlenes egyenleteket megoldani.

Tudjon egyszerű szöveges feladatokat megoldani következtetéssel is.

Legyen képes lineáris függvényeket ábrázolni értéktáblázattal egyszerű esetekben.

Tudjon egyszerű sorozatokat folytatni adott szabály szerint, néhány taggal.

Tudjon megadott sorozat esetén szabályt (szabályokat) keresni.

Ismerje a szög (fok), hosszúság, terület, térfogat, tömeg, űrtartalom, időmérés szabványos mértékegységeit.

Tudja háromszögek területét kiszámítani, ismerje a háromszöggel kapcsolatos legegyszerűbb szerkesztéseket.

Legyen képes adott pont középpontos tükrképét megszerkeszteni.

Tudjon szögfelezőt szerkeszteni.

Ismerje a háromszögek és konvex négyszögek belső szögeinek összegét.

Ismerje fel a háromszög és négyszög alapú egyenes hasábok valamint a henger hálóját, tudja jellemezni őket.

Ismerje a gyakoriság fogalmát.

Tudjon egyszerű grafikonokat olvasni, készíteni.

Fejlődjön a környezettudatos magatartás.

Minimum követelmények

Tudjon a racionális számkörben műveleteket elvégezni, egyszerűbb százalékszámítási feladatokat megoldani.

Ismerje a legfontosabb oszthatósági szabályokat, tudjon osztót, többszöröst keresni.

Két-három lépéses lineáris egyenleteket tudjon megoldani mérlegelvével.

Egyszerű algebrai egész kifejezés helyettesítési értékét tudja kiszámolni.

Tudjon egynemű kifejezéseket összevonni.

Táblázattal megadott lineáris függvényt tudjon ábrázolni.

Tudjon nevezetes szögeket szerkeszteni, másolni, felezni.

Háromszögeket, négyszögeket tudjon szerkeszteni, kerületüket, területüket tudja kiszámolni.

A szabványos mértékegységeket tudja helyesen használni.

Ismerje a kocka, téglatest, egyenes hasáb legfontosabb tulajdonságait, tudja kiszámolni a felszínüket, térfogatukat.

Ismerje fel a szimmetriákat, tudjon egyszerűbb esetekben tükrözni.

Minimum követelmények az sajátos nevelési igényű és a tanulási nehézséggel küzdő tanulók számára

Tudjon a racionális számkörben műveleteket elvégezni, egyszerűbb százaléktértek kiszámítási feladatokat megoldani.

Ismerje az egyszerűbb oszthatósági szabályokat.

Egyszerű egy-ismeretlenes algebrai egész kifejezés helyettesítési értékét tudja kiszámolni.

Tudjon egynemű kifejezéseket egész együtttható esetén összevonni.

Dr. Tolnay Sándor Általános Iskola helyi tanterve - 2020.

Háromszögek, négyszögek kerületét, területét (átdarabolással) segítséggel tudja kiszámolni.

Ismerje fel a kocka, téglatest, egyenes hasáb legfontosabb tulajdonságait.

8. évfolyam

A 8. évfolyamon a matematika tantárgy alapóraszám: 126 óra. Az egyes témakörökhöz írt óraszámok javaslatok. Az új ismeretek a teljes óraszám négyötöd része alatt a legtöbb diák számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók ismétlésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre.

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok, számhalmazok	8
Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	9
Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyökök	12
Arányosság, százalékszámítás	10
Szöveges feladatok előkészítése	8
Szöveges feladatok	16
Függvények	10
Síkbeli alakzatok	13
Transzformációk, szerkesztések	14
Térgeometria	14
Leíró statisztika	6
Valószínűség-számítás	6
Összes óraszám:	126

Témakör: Halmazok, számhalmazok

Javasolt óraszám: 8 óra

Tanulási eredmények	Fejlesztési feladatok és ismeretek	Javasolt tevékenységek
A témakör tanulása eredményeként a tanuló: – elemeket halmazba rendez több szempont alapján; – részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol; – számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegegyenesen ábrázol;	– Halmazokba rendezés több szempont szerint – Halmazábra készítése – Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegegyenesen – Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben	– Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint – Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése – Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése – Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz előállítása

– véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben; – ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.	– Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben – Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése – Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre	Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra, például $A = \{\text{paralelogrammák}\}$ halmaz részhalmaza $B = \{\text{rombuszok}\}$, nem részhalmaza $C = \{\text{deltoidok}\}$ – Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint, például az osztály tanulói közül az iskolától legfeljebb 1 km-re élők és a távolabb lakók - Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a mindegyik tulajdonsággal rendelkező elemek, a pontosan egy tulajdonsággal, a pontosan két tulajdonsággal és az egyetlen tulajdonsággal sem rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán – A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása – Logikai szita megtapasztalása, például 5 piros meg 4 kör összesen 7 elem a logikai készletből – Csoportmunkában különböző közönséges törtek átírása úgy, hogy minden lehetséges tizedes tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése Játék makaó-jellegű
---	---	--

		kártyajátékkal: törtek különböző alakjainak keresése
Fogalmak	kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám; véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört	

Témakör: Matematikai logika, kombinatorika, gráfok
Javasolt óraszám: 9 óra

Tanulási eredmények	Fejlesztési feladatok és ismeretek	Javasolt tevékenységek
– igaz és hamis állításokat fogalmaz meg; – tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít; – a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére; – összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket; konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével	– Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása – A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata – Egyszerű stratégiai és logikai játékok – Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is – Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül – Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás – Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére	– „Bíróági tárgyalás” játék – „Einstein-fejtörő” típusú játék – „Rontó” játék – NIM játék; táblás játékok – Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett – Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is) – Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása – Lehetséges útvonalak összeszámlálása – Fagylalt vásárlása helyre vagy tölcsérbe – Számkártyás feladatok megoldása – Gráfok alkalmazása kézfogások, köszöntések, körmérkőzések (visszavágóval vagy anélkül), családfák,

		ismeretségek szemléltetésére, különböző feltételek szerinti esetszétválasztás áttekintésére – Logikai készlet épülésének szemléltetése gráffal
Fogalmak	„minden”, „van olyan”, gráf, gráf csúcsa, gráf éle	

Témakör: Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök
Javasolt óraszám: 12óra

Tanulási eredmények	Fejlesztési feladatok és ismeretek	Javasolt tevékenységek
A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére: – ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban. A témakör tanulása eredményeként a tanuló: – ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényező felbontását 1000-es számkörben; – meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét; – pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja; – négyzetszámok négyzetgyökét meghatározza.	– Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül – Összetett számok prímtényező felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben – Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása – Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényező felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása – Négyzetszámok négyzetgyökének kiszámolása	– Eratoszthenészi szita alkalmazása prímek keresésére – Prímtényező felbontás kirakása színes rudakkal – Prímtényező felbontás algoritmusának megmutatása – „Bumm” játék a közös többszörösök felismerésére – Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása prímtényezővel – Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére – Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására – Négyzet kirakása kisebb egybevágó négyzetekkel – Négyzet területéből a négyzet oldalának meghatározása, ha a

		terület mērőszáma négyzetszám
Fogalmak	prímszám, összetett szám, prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám, négyzetszámok négyzetgyöke	

Témakör: Arányosság, százalékszámítás**Javasolt óraszám: 10 óra**

Tanulási eredmények	Fejlesztési feladatok és ismeretek	Javasolt tevékenységek
A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére: - ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén; - felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben; - felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját. A témakör tanulása eredményeként a tanuló: - ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold; - idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes	- Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben - Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása - Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom - Banki ajánlatok (ügyletsomagok, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása - Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása - A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése - Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegysége	- Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén - A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával - Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén - Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása - Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott példák, problémák

gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.	inek ismerete és átváltása	feldolgozása és bemutatása csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése – Projektmunka, például összejövétel, jótekonysági süteményvásár, osztálykirándulás költségvetésének tervezése – Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges – A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után – Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üreges kocka feltöltése 1 liter folyadékkal
Fogalmak	fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei	

Témakör: Szöveges feladatok előkészítése

Javasolt óraszám: 8 óra

Tanulási eredmények	Fejlesztési feladatok és ismeretek	Javasolt tevékenységek
A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a	– Hétköznapi problémák matematikai	– Adott problémához többféle, ismeretlent

tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére: – különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít. A témakör tanulása eredményeként a tanuló: – egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol; – egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel; – egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold.	tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére – Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása – Helyettesítési érték számolása – Egytagú kifejezések számmal való szorzása – Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása – Két tagból közös számtényező kiemelése – Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással – Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvvel	tartalmazó művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása – Adott problémához megfelelő, betűt tartalmazó művelet sor megalkotása – Adott, ismeretlen tartalmazó művelet sorhoz szöveges feladat írása – „Dominó”, „triminó” játékkal az eredeti kifejezés és az átalakított kifejezés párba állítása – „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló művelet sorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal. A tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot. A tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcsere-t. A fejben alkalmazott lebontogatási stratégia felfedése és formális leírása – Mérlegelv bevezetése kétkarú mérleg alkalmazásával
Fogalmak	változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv	

Témakör: Szöveges feladatok
Javasolt óraszám: 16 óra

Tanulási eredmények	Fejlesztési feladatok és ismeretek	Javasolt tevékenységek
----------------------------	---	-------------------------------

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére: – különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít. A témakör tanulása eredményeként a tanuló: – matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold; – gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold; – gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.	– Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása) – Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel – Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel – Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása – Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése	– Szöveges feladatok megoldása csoportmunkában „feladatküldéssel”, „szakértői mozaik” alkalmazásával – Gyűjtőmunka, csoportmunka, projekt készítése pénzügyi tudatosság területét érintő témák feldolgozására, például a háztartások bevételei és kiadásai: munkabér, bruttó bér, nettó bér, adó, kamat, társadalmi jövedelem (családi pótlék, nyugdíj), ösztöndíj, hitel; A költségvetés tervezése: háztartási napló, pénzügyi tervezés, egyensúly, többlet, hiány; Egy tizenéves pénztárcája: zsebpénz, diákmunka, alkalmi jövedelmek, kimutatás a pénzmozgásokról, saját pénzügyi célok, tervek; korszerű pénzkezelés: bankszámla, bankkártyaválasztás, megtakarítások
Fogalmak	ellenőrzés	

Témakör: A függvény
Javasolt óraszám: 10 óra

Tanulási eredmények	Fejlesztési feladatok és ismeretek	Javasolt tevékenységek
A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:	– Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása	– A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése

– felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben; – felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját. A témakör tanulása eredményeként a tanuló: – konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre; – értéktáblázatok adatait grafikusán ábrázolja; – egyszerű grafikonokat jellemez.	– Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés-csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont – Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása – Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása – Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben – Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása	– Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal – A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése – Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése) csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése – Az egyenes és fordított arányosság mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása – Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása
Fogalmak	megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon	

Témakör: Síkbeli alakzatok

Javasolt óraszám: 13 óra

Tanulási eredmények	Fejlesztési feladatok és ismeretek	Javasolt tevékenységek
A témakör tanulása eredményeként a tanuló: – ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;	– Háromszögek külső szögeinek összege – Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti	– Párhuzamos szélű papírcsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni, hogy téglalapot kapjunk; téglalaphoz négyzet

– ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet; – ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat; – a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában; – meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét; – ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban; – ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.	különbség, átló fogalma – A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra – Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások – Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása – Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete	nyírása, négyzetből téglalap nyírása – Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése – Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása – „Rontó” játék speciális négyszögekkel – Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása – Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása – Matematikatörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása – Derékszög kijelölése csomós kötéllal – Pitagorasz-i számhármak keresése – Háromszögelési probléma megoldása derékszögű háromszöggel az osztályteremben, az iskola épületében és a játszótéren – „Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr
--	---	--

		mentén, átmérő mentén, sugár mentén
Fogalmak	négyyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk	

Témakör: Transzformációk, szerkesztések
Javasolt óraszám: 14 óra

Tanulási eredmények	Fejlesztési feladatok és ismeretek	Javasolt tevékenységek
A témakör tanulása eredményeként a tanuló: – megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükrképét; – geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát; – felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben; – ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.	– Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása – Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben – Alakzatok középpontos tükrképének megszerkesztése – Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése – Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; – diszkusszió – Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben Dinamikus geometriai szoftver használata	– Ábrák másolása másolópapír (például sütőpapír) segítségével; a másolat síkban való pont körüli elfordítása 180°-kal; tulajdonságok megfigyelése – Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület középpontosan szimmetrikus alakzatainak kiválasztása – Középpontos tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó) – Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése – Kicsinyítés és nagyítás megfigyelése, például háromszögvonalzó külső és belső pereme, makett, modell, tervrajz, fénykép, diavetítés, térkép, mikroszkóp, nagyító Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi

		szerkesztési lépések követése a szoftverrel
Fogalmak	szimmetria-középpont, középpontos szimmetria, kicsinyítés, nagyítás	

Témakör: Térgeometria
Javasolt óraszám: 14 óra

Tanulási eredmények	Fejlesztési feladatok és ismeretek	Javasolt tevékenységek
A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére: - ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén. A témakör tanulása eredményeként a tanuló: - a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti; - testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján; - ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló; - egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti; - ismeri a gömb tulajdonságait;	- Környezetünk tárgyaiban a hasáb, a gúla és a gömb alakú testek felfedezése - Hasáb és gúla tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló - Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján - Testek hálójának készítése - A gömb tanult testektől eltérő tulajdonságai - A gömb mint a Föld modellje: hosszúsági körök, szélességi körök tulajdonságai, síkmetszetek - Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással	- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása) - Hasáb és gúla alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése - Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben - Zsinóros térgeometriai modellek készítése és használata - A gömb speciális tulajdonságainak megfigyeléséhez testeket tartalmazó készletből elemek választása megadott szempontok alapján - Földgömb bemutatása matematikai szempontból Tapasztaltszerzés a gömbi geometria

a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában		alapjairól például narancson – Egyenes hasáb alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása – Egyenes hasáb alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)
Fogalmak	hasáb, gúla, gömb, alaplapp, alapél, oldallapp, oldalél, testmagasság	

Témakör: Leíró statisztika
Javasolt óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények	Fejlesztési feladatok és ismeretek	Javasolt tevékenységek
A témakör tanulása eredményeként a tanuló: – értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti; – adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is; – különböző típusú diagramokat megfigyelt egymásnak; – megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg; – konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a	– Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése – Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon – Különböző típusú diagramok megfigyeltése egymásnak – Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint – Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása – Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása	– Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában – Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról, sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása) – Konkrét adathalmazok középérték-mutatóinak megállapítása és összehasonlítása csoportmunkában

leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.	– Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása – Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása	
Fogalmak	oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram	

Témakör: Valószínűség-számítás

Javasolt óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények	Fejlesztési feladatok és ismeretek	Javasolt tevékenységek
A témakör tanulása eredményeként a tanuló: – valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is; – valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteket, játékában stratégiát követ; – ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.	– Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is – Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése – Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál – A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során	– Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmével, szerencsekerékkel, Galton-deszkával, zsákba helyezett színes golyókkal – Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a tanulók a játék elején tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán levő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok – Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket

		írunk a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljünk az események gyakoriságára – Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegénél álló korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja – Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket – 21-ezés különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal – „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például nagyobb eséllyel lehetséges számozott dodekaéder dobótesttel prímszámot dobni, mint összetett számot), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít „Szavazós” játék páros
--	--	--

		vagy csoportmunkában: valószínűségi játék vagy kísérlet előtt a tanulók összegyűjtik a lehetséges kimeneteleket, majd egyesével tippelnek a bekövetkezési esélyekről
Fogalmak	esély, gyakoriság, relatív gyakoriság	

A továbbhaladás feltételei

Tudjon szabatosan, pontosan írásban és szóban fogalmazni.

Tudjon szöveget értelmezni egyszerű esetekben.

Legyen képes a tanult halmazműveleteket felismerni két egyszerű, konkrét halmaz esetén.

Tudjon sorba rendezni, kiválasztani legfeljebb 4-5 elem esetén, az összes esetet felsorolni.

Tudja az alpműveleteket helyes sorrendben elvégezni egyszerű esetekben a racionális számkörben.

Tudjon egyszerű algebrai egész kifejezéseket (képleteket) átalakítani, helyettesi értéket kiszámítani.

Tudjon elsőfokú egyenleteket megoldani.

Tudjon egyszerű szöveges feladatokat megoldani következtetéssel, egyenlettel.

Tudja az $x \rightarrow x+b$ függvényt ábrázolni konkrét racionális együtthatók esetén.

Tudja kiszámítani háromszög és négyszög alapú egyenes hasábok felszínét és térfogatát.

Tudjon adott pontot eltolni adott vektorral.

Tudja felismerni a kicsinyítést és nagyítást hétköznapi szituációkban.

Ismerje a Pitagorasz-tételt (bizonyítás nélkül).

Tudjon grafikont készíteni, olvasni egyszerű esetekben.

Minimum követelmények

Biztosan mozogjon a racionális számkörben.

Ismerje az egynél nagyobb számok normálalakját, a négyzetgyök fogalmát.

Tudjon négyzetre emelni, négyzetgyököt vonni egyszerűbb esetekben.

Tudjon egyszerűbb százalékszámítási és arányossági feladatokat megoldani.

Tudja meghatározni számok osztóit, többszöröseit, két szám közös osztóját és közös többszörösét egyszerűbb esetekben.

Tudja kiszámítani egyszerű algebrai kifejezések helyettesítési értékét.

Tudjon algebrai kifejezéseket szorozni számmal.

Legyen képes megoldani egyszerű lineáris egyenletet. A megoldást tudja ellenőrizni.

Tudjon táblázatot kitölteni adott szabály vagy grafikon alapján. Tudjon grafikont megrajzolni táblázat segítségével.

Tudjon konkrét sorozatot folytatni adott egyszerű szabály alapján.

Ismerje az alapvető geometriai fogalmakat, elnevezéseket, jelöléseket, szerkesztéseket.

Tudjon háromszöget szerkeszteni egyszerűbb esetekben.

Ismerje Pitagorasz-tételét, tudja használni egyszerűbb feladatokban.

Tudja kiszámolni a háromszögek, a négyszögek és a kör kerületét, területét.

Minimum követelmények az sajátos nevelési igényű és a tanulási nehézséggel küzdő tanulók számára

Tudjon a racionális számkörben műveleteket elvégezni, egyszerűbb százalékszámítási, arányossági feladatokat megoldani.

Ismerje a legfontosabb oszthatósági szabályokat, tudjon osztót, többszöröst keresni.

Tudja kiszámítani egyszerű algebrai kifejezések helyettesítési értékét.

Tudjon háromszöget szerkeszteni egyszerűbb esetekben, segítséggel kerületét, területét kiszámolni.